

# Les ensembles

## Aux fondements des mathématiques

collectif (*Tangente*)

Collection : **Bibliothèque Tangente**

ISBN : 978-2-84884-207-3

Format : 17 x 24 cm, quadrichromie.

Nbre de pages : 160

Prix : 22,00 €

Parution : **septembre 2017**



- La crise des fondements : paradoxes et contradictions
- Axiomes et théorèmes fondateurs : Gödel, hypothèse du continu
- Une science qui se construit et se remet en cause en permanence

### L'ouvrage

La théorie des ensembles a laissé un souvenir à tous ceux qui sont passés par les « maths modernes ». Son cadre axiomatique, que certains ont pu percevoir comme rigide, permet de « dérouler » l'ensemble du savoir mathématique. Comment ? C'est ce que propose de découvrir cet ouvrage en levant le voile sur l'origine et la construction de cette théorie.

### Le sommaire

**Ensembles, relations et applications** : Un ensemble est une collection d'objets entre lesquels peuvent exister des relations diverses. C'est ainsi que la notion de fonction émerge. Une telle simplicité conceptuelle confère aux ensembles et aux fonctions une efficacité redoutable !

**Nombres, opérations, structures** : Les opérations, que l'on utilise tous les jours quand il s'agit de nombres, concernent toutes sortes de contextes. Elles permettent, selon leurs propriétés, de définir des « structures ».

**L'infini et les paradoxes** : L'introduction des ensembles à la fin du XIX<sup>e</sup> siècle a immédiatement conduit à des problèmes profonds : paradoxes, contradictions, impossibilités, objets bizarres défiant l'intuition...

Les causes profondes en ont été identifiées, elles ont pour nom l'infini et l'autoréférence.

**La théorie et ses axiomes** : Choisir les bons axiomes pour développer la théorie des ensembles et décrire les mathématiques (et, au-delà, toutes les sciences !) n'est pas une mince affaire. Si un consensus a fini par émerger au sein de la communauté mathématique, cette dernière n'arrive pas encore à s'accorder sur les détails...

**Le dénombrable et le continu** : Il existe plusieurs sortes d'infinis. Dans un ensemble dénombrable, tous les éléments peuvent être énumérés. Au contraire, dans un continuum comme l'ensemble des nombres réels, on trouve toujours des éléments entre deux quelconques d'entre eux, aussi proches soient-ils. Mais existe-t-il un infini « coincé » entre le dénombrable et le continu ? Kurt Gödel et Paul Cohen ont apporté une réponse surprenante à cette question...

### La collection et les auteurs

**Bibliothèque Tangente** est LA collection de prestige de la culture mathématique, la référence de tous les lecteurs scientifiquement curieux. Avec plus de 50 titres, des contenus soigneusement dosés pour être accessibles au plus grand nombre, une mise en page luxueuse, elle propose une nouvelle façon de découvrir le monde ! L'équipe de *Tangente*, dirigée par Gilles Cohen et Bertrand Hauchecorne, comporte les meilleurs auteurs français de vulgarisation mathématique.

### Public visé et points forts

- Amateurs de culture scientifique et mathématique et de philosophie, enseignants de mathématiques.
- Tous scientifiques intéressés par les fondements des sciences.
- Tous publics ayant vécu la période des « maths modernes ».

### Concurrence

Les ouvrages existants sur le sujet sont très spécialisés ou au contraire très ludiques. Cet ouvrage se situe à un niveau intermédiaire, laissé vacant par les autres éditeurs.